Raumluftströmung in Schwimmhallen
Teil 3: Berechnung der Verdunstungsverluste und des Wärmeübergangs

Nebelversuch der Verdunstungs-Grenzschicht in Düsseldorf- Oberkassel, Foto: INCO

Die Verdunstung von Beckenwasser ist einer der Haupt-Energieverbraucher in Schwimmhallen. In den ersten Teilen dieser Artikel-Serie (*siehe AB 10/2020, Seite 704 ff. und AB 03/2021, Seite 215 ff.*) wurde gezeigt, dass sich der Wasserverlust durch eine Luftführung abwärts (Schichtlüftung) gezielt und wirksam reduzieren lässt. In diesem Teil werden die grundlegenden Berechnungsmethoden für den Stoff- und Wärmeübergang erläutert, und es wird ein vereinfachtes Berechnungsverfahren für den Stoffübergang vorgestellt.

Autoren:
Dr.-Ing. Eckehard Fiedler von der I.F.I. Institut für Industrieaerodynamik GmbH in Aachen und Dipl.-Ing. Jörn Kaluza, Geschäftsführer der INCO Ingenieurbüro GmbH in Aachen, Mitglied der DGfdB-Arbeitskreise HLSE sowie Energie und Ressourcen

Der Wärme- und der Stoffaustausch an nassen Oberflächen sind eng gekoppelt, physikalisch basieren sie auf dem gleichen Phänomen des molekularen Austausches in einer Grenzschicht. Erhöht sich der Wärmeübergang, dann steigt im gleichen Maß auch der Stoffübergang. Entsprechend könnte man für beide Phänomene die gleichen Übergangs-

faktoren erwarten, was aber aufgrund unterschiedlicher Bezugsgrößen nicht der Fall ist. Insbesondere die Berechnung des Feuchteübergangs erweist sich als erstaunlich unhandlich, was vor allem auf das nicht lineare Verhalten des Dampfdruckes zurückzuführen ist.

Die Berechnung des Wärmeübergangs ist vergleichsweise einfach: Der Wärmestrom ergibt sich direkt aus dem Wärmeübergangskoeffizienten und der Temperaturdifferenz zwischen Luft und Oberfläche:

Wärmeübergang:

$$\dot{Q} = A \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

mit α in $\frac{W}{m^2K}$ (DIN 1341[1])

Analog findet sich für den Feuchteübergang in der Literatur folgende Definition:

Stoffübergang:

$$\dot{M} = A \cdot \overline{R_D \beta \bar{T}} \cdot \Delta \rho_D$$

mit β in m/s (VDI 2089 Teil 1[2,4])

Diese Definition ist in der Praxis weniger handlich, da zum einen die spezifische Gaskonstante für Dampf (R_D = 461,52 J/kg K) benötigt wird, zum anderen der Dampfdruck nicht gemessen, sondern aus den Luftkonditionen ermittelt werden muss. Schnell findet man sich also im Studium von Tabellenwerken und unhandlichen Berechnungen wieder, während der Wärmeübergang sich doch leicht im Kopf berechnen lässt. Es besteht also Bedarf an einem vereinfachten Verfahren zur Berechnung und – wenn möglich – einer direkten Umrechnung von α in β.

Die Bestimmung des Stoff- und Wärmeübergangs ist nicht nur in der Bädertechnik von Bedeutung. Auch in der Trocknungstechnik oder bei Kühlprozessen ist man an einer genauen Bestimmung der Koeffizienten interessiert und häufig wirken Verdunstung und Wärmeübergang auch direkt zusammen. Eine direkte Umrechnung der Faktoren würde es hier erlauben, bekannte Übergangskoeffizienten des einen Bereiches auch in dem anderen zu nutzen.

Im Folgenden werden zunächst einige empirische Herleitungen dargestellt, im Anschluss werden Methoden der Umrechnung vorgestellt, mit denen Praktiker:innen einfach arbeiten können.

Empirische Formeln für den Wärmeübergangskoeffizienten Alpha

Der konvektive Wärmeübergang an Oberflächen wird bestimmt durch die Luftbewegung und den Temperaturunterschied zwischen Umgebungsluft und Material. Es gilt wie erwähnt:

$$\dot{Q} = A \cdot \alpha \cdot \Delta t \qquad (1)$$

$\dot{Q}$ ist dabei der Wärmestrom, Δt die Temperaturdifferenz, A die Fläche und α der Wärmeübergangskoeffizient. Für den Wärmeübergangskoeffizienten α liegen zahlreiche empirische Gleichungen vor, hier etwa für die warme Platte mit natürlicher Konvektion:

Für α-frei im Bereich T∞=0..20 °C, H=0,5-3,0 m gilt:

$$\begin{aligned} \alpha_{frei,senkrecht} \quad &\rightarrow = 1.6 \cdot \Delta t^{0.3} \\ \alpha_{frei,waagerecht,aufwärts} \quad &\uparrow = 2.0 \cdot \Delta t^{0.31} \\ \alpha_{frei,waagerecht,abwärts} \quad &\downarrow = 0.5 \cdot \Delta t^{0.31} \end{aligned} \qquad (2)$$

Mischung frei und erzwungen:

$$\alpha = \sqrt[3]{(\alpha_{frei}^{\ 3} + \alpha_{erzw.}^{\ 3})} \qquad (3)$$

Natürliche Konvektion bewegt sich oft im Bereich zwischen 1 und 5 W/m²K. Für eine warme Platte mit 5K Übertemperatur ergeben sich z. B.:

$$\begin{aligned} \alpha_{frei,senkrecht} &= 2{,}6\ W/m^2K \\ \alpha_{aufwärts} &= 3{,}3\ W/m^2H \\ \alpha_{abwärts} &= 0{,}82\ W/m^2K \end{aligned}$$

Bei den berechneten Werten handelt es sich nur um den konvektiven Anteil. Hierzu addiert sich der Strahlungswärmeübergang, dessen Wärmeübergangskoeffizient Umgebungstemperatur etwa bei 4,5W/m²K liegt (bei Emissionfaktor ε≈1). Zwangsströmungen erreichen Werte bis ca. 50W/m²K, industrielle Hochleistungskühlstrecken können Werte bis ca. 300W/m²K erreichen, was konvektiv in etwa die Grenze des technisch Möglichen darstellt.

Wärmeübergang bei einer Zwangsströmung

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass der Wärmeübergang bei erzwungener Strömung nur unterproportional mit der Luftgeschwindigkeit ansteigt, etwa mit $\alpha \sim u^{0,65}$. Gleichzeitig wächst die Antriebsleistung zur Erzeugung einer Zwangsströmung mit der dritten Potenz der Luftgeschwindigkeit. Dies ist der Grund dafür, dass sich die Werte für α bei einer

Zwangskonvektion doch in einem relativ begrenzten Bereich bewegen. Während bei geringen Luftbewegungen schon nennenswerte Übergänge erreicht werden, wird der Anstieg im oberen Bereich immer langsamer. Um eine Verdopplung der Wärmeabfuhr zu erreichen, müsste die Strömungsleistung etwa um das Zwölffache steigen, sodass schnell die Grenze des Machbaren erreicht würde.

Grundlegend ist festzuhalten, dass der Wärmeübergang sich einfach berechnen und der notwendige Koeffizient sich in vielen Fällen gut abschätzen lässt.

Berechnung des Feuchteübergangs nach VDI 2089

Die VDI 2089 (Technische Gebäudeausrüstung von Schwimmbädern, Teil 1 – Hallenbäder, Januar 2010) liefert ein Berechnungsverfahren für den Feuchteaustausch, das hier zum besseren Verständnis kurz dargestellt wird. Die VDI 2089 verwendet einen „Wasserübergangskoeffizienten" β in [m/h], durch den sich die Beckenwasserverdunstung berechnen lässt. Der Bereich wird angegeben mit

β-Werte nach VDI 2089

Ruhendes Bad	**7 m/hm²**
Bad in Wohnhaus	**21 m/hm²**
Hallenbad	
je nach Nutzung	**28–50 m/hm²**

Konventioneller Rechenweg

Der Massenstrom des verdunstenden Wassers wird nach VDI 2089 aus der Dampfdruckdifferenz zwischen Raumluft und Wasseroberfläche berechnet. Es werden der Stoffübergangskoeffizient β, die Gaskonstante RD des Dampfes und die mittlere absolute Temperatur $\bar{T}$ benötigt. Der Dampfdruck wird vorzugsweise tabellarisch ermittelt (*siehe Tabelle 1*):

$$\dot{m} = \frac{\beta}{R_D \cdot \bar{T}} \cdot (\Delta pd) \qquad (4)$$

Bei einer Wassertemperatur von 28 °C und einer Lufttemperatur von 32 °C ergibt sich eine mittlere Temperatur von T = 30 °C = 303 K. An der Wasseroberfläche beträgt die relative Feuchte 100 %, weshalb man vom Sättigungsdampfdruck spricht. Der Dampfdruck wird hier mit der Temperatur des Wassers ermittelt. Der Dampfdruck in der Luft lässt sich über den Sättigungsdruck bei Lufttemperatur und die relative Feuchte (rF) berechnen, denn diese entspricht genau dem Anteil des Dampfdruckes am Sättigungsdampfdruck.

Beispiel: Bei einem Schwimmbad mit Wassertemperatur von 28 °C und Lufttemperatur von 32 °C bei 50 % rF beträgt die Differenz Δpd = 1403 Pa. Mit den obigen Gleichungen lässt sich für ein Schwimmbad mit 12,5 x 25,0 m ein Wasserverlust von 527 kg pro Tag berechnen.

Temperatur [°C]	Dampfdruck [Pa]	Sättigungfeuchte [g/kg]
20,0	2339	14,7
22,0	2645	16,7
24,0	2985	18,9
26,0	3781	24,1
30,0	4244	27,2
32,0	4756	30,7
34,0	5320	34,5
36,0	5942	38,8
38,0	6625	43,5

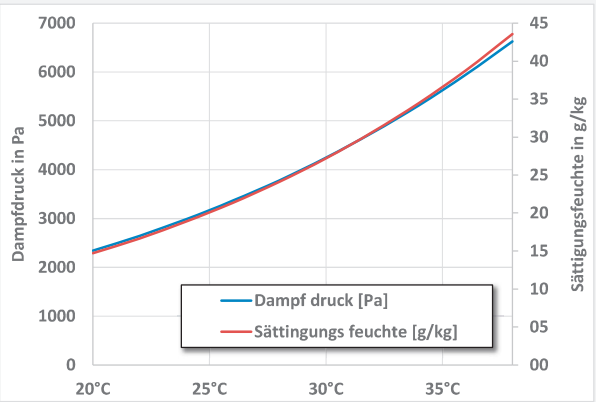

Tabelle 1: Dampfdruck- und Feuchtetabelle für Wasser

Wie man sieht, ist die Berechnung nicht handlich, zumal der Dampfdruck vorzugsweise tabellarisch ermittelt werden muss. In jedem Fall ist eine einfache Abschätzung nicht so ohne Weiteres möglich wie beim Wärmeübergang.

Vereinfachte Berechnung des Feuchteübergangs

Eine Vereinfachung ergibt sich, wenn man den Dampfdruck aus der absoluten Feuchte berechnet. Da bei der absoluten Feuchte x der Wassergehalt bezogen auf das Gewicht der Trockenluft angegeben wird, benötigt die Berechnung eine Näherung, die allerdings nur einen geringen numerischen Fehler verursacht.

Für die Berechnung wird das Verhältnis der Gaskonstanten benötigt. Mit dieser lässt sich der Sättigungsdruck bei einer Feuchte x berechnen. Es gilt:

$$\frac{cp_D}{cp_L} = 0{,}622 \quad \textbf{(Verhältnis der Wärmekapazität von Dampf und Luft)}$$

$$p_D = \frac{p_{atm} \cdot x}{0{,}622+x} \quad ^{6)}$$

$$\Delta p_D = p_D(x_2) - p_D(x_1) = p_{atm} \cdot \left(\frac{x_2}{0{,}622+x_2} - \frac{x_1}{0{,}622+x_1}\right) \approx \frac{P_{atm}}{k}(x_2 - x_1) \qquad (5)$$

$$k \sim 0.622 + (x_1 + x_2)/2$$

Setzt man nun in die Berechnungsformel für den Wasserdampfverlust (3) ein, dann ergibt sich

$$\dot{m} = \frac{\beta}{R_D \cdot \bar{T}} \cdot (\Delta pd) = \beta \cdot K \cdot \Delta x \text{ mit } R_D = 461 J/(kg\,K) \text{ und T in K} \qquad (6)$$

$$K = \frac{p_{atm}}{R_D\,\bar{T}\,k} = \frac{p_{atm}}{R_D\,\bar{T}\,(0{,}622 + (x_1+x_2)/2)}$$

Mit den obigen Daten ergeben sich für K die unten stehenden Konstanten, die wesentlich einfacher zu handhaben sind. Für β werden die üblichen Referenzwerte in m²/h verwendet.

$$\dot{m} = \beta \cdot K \cdot \Delta x \; [kg/(h \cdot m^2)]$$
$$T_W = 20°C \rightarrow K = 1{,}16\ kg/m^3$$
$$T_W = 25°C \rightarrow K = 1{,}13\ kg/m^3 \qquad (7)$$
$$T_W = 30°C \rightarrow K = 1{,}10\ kg/m^3$$

Bei der Verdunstung liegt der Fehler gegenüber der exakten Berechnung bei 1–2%. Da die Faktoren für β oft nur grobe Näherungen sind, ist diese Genauigkeit mehr als ausreichend.

Anwendung

Gehen wir im Beispiel von einer Wassertemperatur von 28 °C und einer Lufttemperatur von 32 °C bei 50 % rF aus. Aus dem h,x-Diagramm lesen wir eine Feuchtedifferenz von 9,2 g/kg (=0.0092) ab. Dann ergibt sich

$$\dot{m} = 7\,\frac{m}{h} \cdot 1{,}10\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0.0092 = 0.0708\,\frac{kg}{hm^2} = 70{,}8\,\frac{g}{m^2 h} \qquad (8)$$

Für ein Becken von 12,5 x 25,0 m ergibt dies eine Verdunstung von 531 kg pro Tag, was nahe an dem berechneten Wert von 527 kg pro Tag liegt.

Der Umgang mit der absoluten Feuchte x ist in der Klimatechnik geläufig. Mit einer einfachen Konstante kann der Stoffübergang nun also direkt aus der absoluten Feuchtedifferenz und den geläufigen Werte für β berechnet werden.

Umrechnung α in β

In einer Reihe von Anwendungsfällen ist es hilfreich, Stoff- und Wärmeübergangskoeffizienten ineinander umrechnen zu können, da oft nur einer der beiden Faktoren angegeben wird (etwa in der VDI 2089). Eine Herleitung des Feuchteübergangs aus dem Wärmeübergang ist mit dem Lewisschen Gesetz möglich*. Obwohl der grundlegende Zusammenhang an mehreren Stellen dargelegt wird, fehlt in der Literatur bisher die konkrete Umrechnung. Nach [4] und [5] gilt:

$$Le = \frac{\lambda}{\delta \cdot cp \cdot \rho}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \rho \cdot cp \cdot Le^{1-n} \text{ mit n=0.42 für turbulente Grenzschichten gilt:}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = K_a = \rho \cdot cp \cdot Le^{1-n} = 1.2\,\frac{kg}{m^3} \cdot 1005\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot Le^{1-n} = 1206\,\frac{kg}{m \cdot s^2 \cdot K}$$

$$\alpha = 0.335 \cdot Le^{(1-n)}\,\beta\left[\frac{w}{m^2 \cdot K} \cdot \frac{h}{m}\right] \qquad (9)$$

$$\beta = \frac{3.0}{Le^{1-n}} \cdot \alpha\left[\frac{m/h}{\frac{w}{m^2 \cdot K}}\right] \qquad (10)$$

Für Luft mit Wasseranteil bis ca. 30g/kg gelten folgende Werte:

T [°C]	Le^{1-n}
10	0.89
15	0.90
20	0.92
25	0.93
30	0.94
35	0.95
40	0.96
45	0.97

Wie man sieht, ändert sich die Lewis-Zahl nur geringfügig mit der Temperatur. So gilt bspw. für den Schwimmbadbereich mit T~30°C:

$$Le^{(1-n)} = 0.94 \qquad (11)$$

$$\beta = \frac{3}{0.94} \cdot \alpha = 3.19\,\alpha \qquad (12)$$

Nimmt man z. B. die Werte der VDI 2089 für ein ruhendes Becken, so entspricht nach (12) der dort angegebenen Wert β = 7 m/hm² einem Wert für α = 2,2 W/m²K, was den zu erwartenden Wärmeübergang zwischen Luft und Wasser berechnet. Ver-

*Das Lewissche Gesetz beschreibt das Verhältnis von Diffusion und Wärmeleitung in einer Grenzschicht.

ZELLER bäderroste
Hochwertige PP-Bäderroste. Made in Germany.
Jetzt kostenfrei Muster anfordern!
Tel.: 030-26 55 13 06 • Mail: zeller@baederroste.de • www.baederroste.de
INDUSTRIE PREIS 2016 BEST OF FORSCHUNG & ENTWICKLUNG
INDUSTRIE PREIS 2016 BEST OF ENERGIE & UMWELT

gleicht man den Zahlenwert mit dem in (3) angegebenen, dann zeigt sich das mögliche Potenzial einer Schichtlüftung: Die empirischen Ansätze nach dem Abschnitt zu den empirischen Formeln lassen erwarten, dass für ein ruhendes Becken unter idealen Bedingungen Wärmeübergänge von $\alpha_{frei} = 0.5 \cdot \Delta t^{0.31} \approx 0{,}82 W/m^2K$ erreichbar sein könnten, was in etwa bei 35 % des Normwertes liegt.

Zusammenfassung

Die einfache Berechnung von Feuchteübergängen ist in einigen Bereichen der Technik hilfreich, für Schwimmbäder bildet sie eine Grundlage der Anlagenauslegung. Der nicht lineare Einfluss des Dampfdruckes auf die Berechnung der Zustandsgrößen verhindert allerdings eine einfache Berechnung.

Für die in der Raumlufttechnik üblichen Verhältnisse lassen sich die zugrundeliegenden Gleichungen mit guter Genauigkeit linearisieren, wodurch sich die Berechnung erheblich vereinfacht. Nutzt man das in der Schwimmbadtechnik übliche β in [m/h], dann kann mit einem Faktor von ca. 1,1 [kg/m³] die Verdunstungsrate aus der absoluten Feuchtedifferenz berechnet werden.

Eine ebenso einfache Berechnung ergibt sich für die Umrechnung von α in β, denn hier liegt der numerische Faktor zwischen α in [W/m² K] und β in [m/h] bei 3.2. Für die Praxis ist eine solche Umrechnung höchst hilfreich, da sie eine einfache Abschätzung von Stoffübergängen erlaubt und eine Anwendung von bekannten Näherungslösungen des Wärmeüberganges auch für die Verdunstung nutzbar macht.

Literatur

1) DIN 1341:1986, Beuth-Verlag
2) VDI 2086_T1:2010, Beuth-Verlag
3) DIN EN ISO 9346:1996, Beuth-Verlag
4) Krischer, Kast: Trocknungstechnik, Erster Band, Springer-Verlag, 1978
5) Formelsammlung KIT Karlsruhe, 2008
6) Pflugradt, Lehnguth, Schirmer: Luft-Kennwert-Rechner, TU Chemnitz, 2009

„Ihr Partner für Wasserdesinfektion und Wasseraufbereitung“

Kooperationspartner

Wallace & Tiernan an EVOQUA brand · GRUNDFOS · +GF+ GEORG FISCHER PIPING SYSTEMS · JESCO · ProMinent®

Beierlorzer GmbH
Desinfektion, Dosiertechnik und Anlagenbau
Planung • Verkauf • Montage • Kundendienst

WASSER NATUR Wir machen mit!

Langekamp 20 - 22 • 45475 Mülheim an der Ruhr • Telefon: 0208 / 99 40 90

www.beierlorzer-gmbh.de